

Mini HAM-Nat – Arithmetisches Problemlösen

Lösungen:

1. 6 Patient:innen sollen heute nacheinander operiert werden. 4 davon sind männlich, 2 weiblich. Die Reihenfolge der OPs ist zufällig. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden in den ersten 3 OPs nur männliche Patienten operiert?

Richtige Antwort: **b) 20%**

Diese Aufgabe entspricht einem „Ziehen ohne Zurücklegen“, bei der sich die Wahrscheinlichkeiten mit jedem weiteren Zug ändern, da sich die Anzahl der günstigen und die Anzahl der Gesamtmöglichkeiten ändert.

Die Wahrscheinlichkeit, dass der **erste** Patient männlich ist, beträgt **4/6**, da 4 der insgesamt 6 Patient:innen männlich sind. Die Wahrscheinlichkeit, dass der **zweite** Patient ebenfalls männlich ist, nur noch **3/5**, weil für diese Option nur noch 3 männliche Patienten von insgesamt 5 Patienten in Frage kommen. Die Wahrscheinlichkeit, dass der **dritte** Patient ebenfalls männlich ist, beträgt dann **2/4**, weil nur noch 2 Patienten von insgesamt 4 männlich sind. Die Gesamtwahrscheinlichkeit, dass die drei ersten Patienten männlich sind, ergibt sich daher mit:

$$\begin{aligned} 4/6 * 3/5 * 2/4 &= 24/120 \\ 24/120 &= 24/12 * 10^{-1} = 2 * 10^{-1} = 0,2 = \mathbf{20\%} \end{aligned}$$

Diesen Themenbereich bezeichnet man als „Kombinatorik“. Er beschäftigt sich mit der Anzahl der möglichen Anordnungen bei einem Versuch und kommt in vielen HAM-Nat Aufgaben im Untertest Arithmetisches Problemlösen vor.

2. In einer mündlichen Prüfung werden zwei Themen aus insgesamt 8 Themen eines Faches abgeprüft. Wie viele Kombinationsmöglichkeiten gibt es für die beiden Prüfungsthemen?

Richtige Antwort: **a) 28**

Die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten ergibt sich aus $8*7$. Für das erste Prüfungsfach gibt es 8 Möglichkeiten. Für das zweite Prüfungsfach nur noch 7 Möglichkeiten, da ja nicht zweimal das gleiche Thema vorkommen kann.

Insgesamt ergeben sich also $8*7 = 56$ Kombinationsmöglichkeiten. Aber warum ist das nicht die richtige Antwort?

In diesem Fall ist die Reihenfolge der beiden Fächer egal. In diesen 56 Kombinationsmöglichkeiten steckt jede Kombination zweimal drin:

Fach 1 und Fach 2 sowie Fach 2 und Fach 1
Fach 1 und Fach 3 sowie Fach 3 und Fach 1
usw.

Ist die Reihenfolge egal, gibt es also nur noch halb so viele Kombinationsmöglichkeiten, da man davon ausgeht, dass Fach 1+2 genau das Gleiche ist wie Fach 2+1. Und die Hälfte von 56 ist 28, die richtige Antwort.

Woher weiß man nun, dass die Reihenfolge egal ist?

Unsere Beispielaufgabe ähnelt einer Original-HAM-Nat Aufgabe, welche fast gleich aufgebaut war. Auch dort kam die unter Beachtung der Reihenfolge richtige Antwort (die hier 56 wäre) nicht als Antwortmöglichkeit vor. Dadurch war klar, dass die Reihenfolge tatsächlich egal ist und die Hälfte richtig sein musste.

Um es direkt im Aufgabentext eindeutig zu machen, könnte dort stehen: „Die Reihenfolge der beiden Fächer ist egal“. Jedoch war dies auch in der HAM-Nat Aufgabe nicht der Fall, stattdessen hat es sich wie beschrieben aus den Antwortmöglichkeiten ergeben.

3. Medikament A wird an die insgesamt 42 Patient:innen einer Station ausgeteilt. $\frac{2}{7}$ aller Patient:innen erhalten jeweils 5 Tabletten des Medikaments. $\frac{1}{6}$ aller Patient:innen erhält jeweils 4 Tabletten des Medikaments. Alle anderen Patient:innen erhalten jeweils 3 Tabletten des Medikaments. Wie viele Tabletten werden insgesamt ausgeteilt?

Richtige Antwort: **d) 157**

$\frac{42}{7} = 6$. $\frac{2}{7}$ der Patienten sind daher 12 von 42 Patienten. Sie bekommen jeweils 5 Tabletten ausgeteilt, also insgesamt 60.

$\frac{42}{6} = 7$. $\frac{1}{6}$ der Patienten sind also 7 Patient:innen. Sie bekommen jeweils 4 Tabletten ausgeteilt, also insgesamt 28.

Es verbleiben also noch $42 - 12 - 7 = 23$ Patient:innen, die jeweils 3 Tabletten ausgeteilt bekommen, also insgesamt 69 Tabletten.

Unter allen Patient:innen werden daher $60 + 28 + 69 = 157$ Tabletten verteilt.

4. In der inneren Abteilung eines Krankenhauses liegen Patient:innen auf die vier Stationen Gastrologie, Kardiologie, Infektiologie und Pulmonologie verteilt. 27 Patient:innen liegen in der Gastrologie. Ein Drittel aller Patient:innen liegt in der Kardiologie. $\frac{1}{6}$ aller Patient:innen liegt auf der Infektiologie und $\frac{1}{8}$ aller Patient:innen liegt in der Pulmonologie. Wie viele Patient:innen befinden sich insgesamt in der inneren Abteilung?

Richtige Antwort: **d) 72**

Wenn die Innere Abteilung nur aus diesen Stationen besteht, müssen sich die Anteile der Patient:innen auf den Stationen insgesamt zu 100 % bzw. 1 addieren.

Da für die Anzahl der Patient:innen in der Gastrologie kein Anteil angegeben ist, sondern die absolute Anzahl, lässt sich die Aufgabe eindeutig lösen.

Wenn man errechnet hat, welchem Anteil die Patient:innen in der Gastro entsprechen müssen, kann man errechnen, wie groß die Gesamtmenge sein muss.

Alle Anteile müssen sich also zu 1 addieren. Wir haben gegeben:

Kardiologie: $\frac{1}{3}$

Infektiologie: $\frac{1}{6}$

Pulmonologie: $\frac{1}{8}$

Gastrologie: 20 Patient:innen

Addieren wir die Anteile der Kardiologie, Infektiologie und Pulmonologie, muss der restliche Anteil der Gastrologie entsprechen:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = ?$$

Um die Brüche addieren zu können, erweitern wir sie auf den gleichen Nenner. Der nächste gemeinsame Nenner ist in diesem Fall 24:

$$\frac{8}{24} + \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{15}{24}$$

Das bedeutet, dass die Kardiologie den verbliebenen $\frac{9}{24}$ aller Patient:innen entsprechen muss.

27 Patient:innen entspricht also einem Anteil von $\frac{9}{24}$.

Damit kann man nun berechnen, was das Ganze, also $\frac{24}{24}$ sein muss:

$$\frac{9}{24} = 27$$

$$\frac{1}{24} = 3$$



HAM-Nat
Vorbereitung

hamnatvorbereitung.de

$$\frac{24}{24} = 72$$

Insgesamt muss es also 72 Patient:innen geben, damit die Angaben hinkommen:

27 davon sind in der Gastrologie

1/3 davon (24) sind in der Kardiologie

1/6 davon (12) sind in der Infektiologie

1/8 davon (9) sind in der Pulmonologie.

$27+24+12+9 = 72$ Patient:innen.

5. 6 studentische Hilfskräfte werten Messdaten aus. Sie bräuchten gemeinsam insgesamt 12 Stunden, um alle Messdaten auszuwerten.

Zwei beteiligte Ärztinnen unterstützen die Studierenden, indem sie für 3 Stunden an der Auswertung mitarbeiten. Dabei arbeiten sie jeweils doppelt so schnell wie eine studentische Hilfskraft.

Nach insgesamt welcher Zeit sind alle Messdaten ausgewertet?

Richtige Antwort: **d) 10 Stunden**

Diese Art von Aufgabe ist ein bisschen tricky. Wenn man aber einmal gelernt hat, wie es funktioniert, ist es wirklich kein Problem mehr! Dieser Aufgabentyp kam in der Vergangenheit häufig im HAM-Nat vor.

Die Anzahl der Studierenden und die Gesamtdauer der Arbeit verhalten sich umgekehrt proportional zueinander. Hätte man doppelt so viele Studierende, würde man nur die Hälfte der Zeit benötigen, bei dreimal so vielen nur ein Drittel, usw. Somit ergibt sich: Anzahl Studierende * Anzahl Stunden = konstant

Hier:

Anzahl Studis * Anzahl Stunden = 72

Beide Variablen miteinander multipliziert werden immer 72 ergeben. Ändert man die Anzahl der Studierenden, muss sich die Anzahl der Stunden so ändern, dass 72 herauskommt.

72 ist damit die „Gesamtarbeit“, die erledigt werden muss. Sozusagen mit der Einheit „Studentenstunden“. Man braucht also 72 Studentenstunden, um Messdaten auszuwerten. Und hierfür kann man 6 Studenten für 12 Stunden arbeiten lassen, oder z.B. 3 Studenten für 24 Stunden oder auch 1 Studenten für 72 Stunden (der Arme)

Zurück zur Aufgabe:

Die beiden Ärztinnen arbeiteten jeweils so schnell wie zwei Studierende, entsprechen also der Arbeitsleistung von 4 Studierenden. In den 3 Stunden, in denen sie mitarbeiten, ist es also so, als wären 10 Studierende an der Auswertung. Sie schaffen in der Zeit daher $10 * 3 = 30$ Studentenstunden an Arbeit.

Die verbliebene Zeit, die die Studenten allein sind, haben sie noch $72-30 = 42$ Studentenstunden abzuarbeiten. Dafür benötigen sie $42/6 = 7$ weitere Stunden ($6 \text{ Studis} * 7 \text{ Stunden} = 42 \text{ Studentenstunden}$).

Mit den 3 Stunden, in denen sie quasi zu zehnt arbeiten, benötigen sie also insgesamt 10 Stunden.

Mit ein bisschen Übung werdet ihr diesen Aufgabentyp sehr schnell gut beherrschen.

6. Ein Patient erhält 16.600 IE (Internationale Einheiten) eines Medikaments. Hierfür muss er 5 Tabletten einnehmen. Wie viele Tabletten müsste er einnehmen, wenn er nach einiger Zeit eine Dosisanpassung auf 180 µg erhalten soll und jeweils 83 IE einem µg entsprechen?

Richtige Antwort: **b) 4,5 Tabletten**

Auch diese Art von Aufgaben kam bereits mehrfach im HAM-Nat vor. Es sind drei Einheiten einer Sache angegeben, die sich durch die gegebenen Angaben ineinander umwandeln lassen.

Die drei Einheiten des Medikaments sind hier Tabletten, IE und µg, die alle in Relation zueinanderstehen.

In der Aufgabe ist ein direkter Bezug von IE zu Tabletten gegeben sowie ein direkter Bezug von IE zu µg.

In der Fragestellung ist dann nach einem Bezug von µg zu Tabletten gefragt.

Wenn der Patient 16.600 IE erhält und dies 5 Tabletten entspricht, kann man berechnen, welcher Menge eine Tablette entsprechen muss:

$$16.600 / 5 = 3.320 \text{ IE pro Tablette.}$$

Dies könnte man auch mithilfe von Zehnerpotenzen berechnen ($166 \cdot 10^2 / 5 = 33,2 \cdot 10^2$) oder 16.600 durch 10 teilen und dies dann verdoppeln, da 1/5 genau doppelt so groß ist wie 1/10: $1.660 \cdot 2 = 3.320$

Anhand der Angabe, dass 83 IE einem µg entsprechen, kann man berechnen, wie viel µg in einer Tablette stecken müssen.

$$3.320 / 83 =$$

$$332 \cdot 10^1 / 83 = 4 \cdot 10^1 = 40$$

Wenn in 1 Tablette also 3.320 IE stecken und 83 IE einem µg entsprechen, müssen in der Tablette 40 µg sein ($40 \cdot 83 = 3.320$).

Nun müssen wir nur noch berechnen, wie viele Tabletten à 40 µg der Patient benötigt, wenn er 180 µg insgesamt erhalten soll:

$$180/40 = 4,5$$

Er muss also 4,5 Tabletten erhalten.

7. Ein Patient erhält nacheinander zwei gleich Fläschchen einer Antibiotikainfusion mit einer Tropfgeschwindigkeit von 3 Tropfen pro Sekunde. 1 ml Infusionslösung entspricht 20 Tropfen.

Die Konzentration der Antibiotikainfusion beträgt 15 mg/ml.

Nach insgesamt 20 Minuten sind beide Antibiotikainfusionen vollständig verabreicht. Der Wechsel des Infusionsfläschchens dauerte 4 Minuten.

Wie viel mg Antibiotikum sind in einem Antibiotikafläschchen vorhanden?

Richtige Antwort: **a) 1.080 mg**

Anhand der Tropfgeschwindigkeit und der Umrechnung von Tropfen in ml können wir berechnen, welche Gesamtfülligkeitsmenge gegeben wurde. Anhand dessen und der Konzentrationsangabe können wir berechnen, welche Stoffmenge in mg gegeben wurde.

In den 20 Minuten der Zeitangabe ist der Wechsel der Fläschchen enthalten, der 4 Minuten dauert. Es fließen also nur 16 Minuten lang die 3 Tropfen pro Sekunde.



HAM-Nat
Vorbereitung

hamnatvorbereitung.de

3 Tropfen pro Sekunde entsprechen $3 * 60 = 180$ Tropfen pro Minute. Bei 20 Tropfen pro ml entspricht dies 9 ml pro Minute und damit $16 \text{ Minuten} * 9 \text{ ml pro Minute} = 144 \text{ ml insgesamt}$.

Ein Fläschchen enthält also die Hälfte: 72 ml.

Bei einer Konzentration von 15 mg/ml entspricht dies einer Stoffmenge von:

$$72 \text{ ml} * 15 \text{ mg/ml} = 1.080 \text{ mg}$$

Man hätte genauso auch die Gesamtstoffmenge ausrechnen können: $144 \text{ ml} * 15 \text{ mg/ml} = 2.160 \text{ mg}$

Und dies dann durch zwei teilen, um die Stoffmenge eines Fläschchens zu erhalten.

8. Herr und Frau Muster laden 5 Paare zu Silvester ein. Wenn um Mitternacht jede Person genau einmal mit allen anderen Personen anstößt, wie oft klingen insgesamt die Sektgläser?

Richtige Antwort: **d) 66x**

Diese Aufgabe kam (mit nur einem Paar mehr) ebenfalls bereits im HAM-Nat vor. Es gibt verschiedene Wege, diese Aufgabe zu lösen.

Zunächst darf man zwei Fallen nicht übersehen:

- Es sind insgesamt 6 Paare mit Herr und Frau Muster.
- Es sind Paare, sodass es insgesamt 12 Personen sind.

Eine Herangehensweise ist die gleiche wie bei der vorangegangenen Aufgabe mit den Prüfungsfächern. Wenn jede der Person mit den anderen anstößt, ergeben sich insgesamt $12 * 11$ Kombinationsmöglichkeiten, wenn die Reihenfolge relevant wäre.

Man stellt sich also einfach ein Baumdiagramm vor, bei der mit jede der 12 Personen 11 weitere Personen hat, mit denen sie anstoßen kann. Mit sich selbst kann man ja schlecht anstoßen.

So ergeben sich aber auch wieder doppelte Kombinationen: Man hätte die Kombination, dass Person 1 mit Person 2 anstößt und auch die Kombination, dass Person 2 mit Person 1 anstößt.

Da es in dieser Situation egal ist, ob Person 1 mit Person 2 anstößt oder Person 2 mit Person 1, bzw. dies genau gleich ist, fällt auch hier wieder die Hälfte der Möglichkeiten weg.

$$12 * 11 = 132$$

$$\frac{132}{2} = 66$$

Es wird also 66x angestoßen.

Die allgemeine Formel hierfür lautet:

$$(n * (n - 1)) / 2.$$

Mit n als Anzahl der Personen.

Eine andere und gleich richtige Herangehensweise ist folgende Überlegung:

Die erste Person hat 11 Personen, mit der sie anstoßen kann. Es wird also 11x angestoßen.

Die zweite Person hat 10 Personen, mit denen sie noch anstoßen muss. Da die erste Person ja schon mit ihr angestoßen hat, braucht sie mit dieser nicht mehr anstoßen. Sie stößt also 10 weitere Male an.

Die dritte Person hat aus dem gleichen Grund nach 9 Personen, mit denen sie anstoßen muss.

So geht es immer weiter, bis folgende Rechnung entsteht:

$$11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 =$$



HAM-Nat
Vorbereitung

hamnatvorbereitung.de

Und – ihr ahnt es vielleicht – es kommt auch hier 66 heraus.

Beide Wege führen also zur richtigen Lösung.